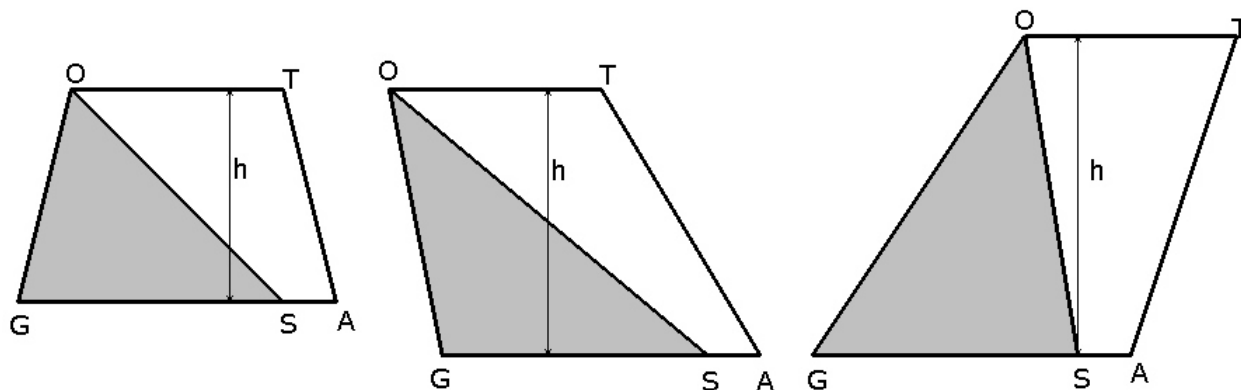


Énigme 1 : Cinq nombres à un chiffre pour quatre vingts [uniquement en 4^e]

$$\begin{aligned} \star + \diamond + \text{♣} + \blacktriangle + \text{⌚} &= 20 \\ 2 \times \star + \text{♣} + 2 \times \text{⌚} &= 20 \\ 1 \times \star + 2 \times \diamond + 3 \times \text{♣} &= 20 \\ \blacktriangle \times \text{♣} &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow 2 + 3 + 4 + 5 + 6 &= 20 \\ \rightarrow 2 \times 2 + 4 + 2 \times 6 &= 20 \\ \rightarrow 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 &= 20 \\ \rightarrow 4 \times 5 &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \star &= 2 \\ \diamond &= 3 \\ \text{♣} &= 4 \\ \blacktriangle &= 5 \\ \text{⌚} &= 6 \end{aligned}$$

Recherche 2 : Couper, c'est du gâteau ! [uniquement en 4^e]

Quelle que soit la forme du trapèze GATO, son aire s'exprime par : $\frac{(GA+TO) \times h}{2} = \frac{(24+16) \times h}{2} = 20 \times h$.

Il faut donc placer le point S de telle sorte que l'aire de GOS = $\frac{GS \times h}{2}$ soit égale à : $\frac{20 \times h}{2}$

donc en identifiant les deux expressions : $GS = 20$.

Recherche 3 : Bon poids et bonne taille

Le plus petit nombre entier qui « pèse » 20 : **45**

Expli. : $20 = 1 \times 20 = 2 \times 10 = 4 \times 5 = 2 \times 2 \times 5$.

Seuls 4 et 5 peuvent convenir et le plus petit nombre formé avec ces deux chiffres est 45.

Le plus petit nombre entier qui « mesure » 20 : **299**

Explications : Il faut le minimum de chiffres. Avec 2

chiffres, la somme maximale est : $9+9=18$. Il faut donc ajouter 2 que l'on place en tête pour obtenir le plus petit nombre possible.

Le plus grand nombre entier qui « pèse » 20
et qui « mesure » 20 :

52 211 111 111 111

Explications : Pour être le plus grand, il faut un maximum de chiffres.

Pour peser 20, il faut $5 \times 2 \times 2$ et des « $\times 1$ ».

Comme $5+2+2 = 9$, pour une mesure de 20, il manque 11. Il faut donc onze « 1 » à placer à la fin du nombre pour garder les plus grands chiffres en tête.

Recherche 4 : Clin d'œil au bleu Klein

L'aire du carré central est : $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$.

Si on appelle c (en cm) la mesure du côté du carré bleu clair, la bande du tour occupe 4 rectangles de 2 cm sur $(c-2)$ cm [on prend les « coins » une fois sur 2].

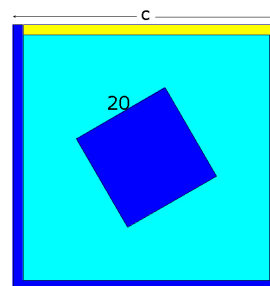
Soit une aire de : $4 \times [2 \text{ cm} \times (c-2) \text{ cm}] = (8c-16) \text{ cm}^2$

Par suite, il faut donc que : $8c-16=400$, donc $8c=416$, ce qui conduit à : $c=52$.

La mesure du côté de la feuille bleu clair est donc : **52 cm**.

On peut aussi couper le carré central en 10 bandes de 2 cm de large, soit 200 cm de long, auxquels on ajoute $4 \times 2 \text{ cm}$, ce qui donne : 208 cm pour le périmètre et

52 cm pour le côté.



Il y a bien d'autres démarches...

Recherche 5 : Deux-mille-dix-septième, mais pas le dernier !

→ Voir autre démarche en page 4

Écriture des nombres entiers les uns derrière les autres,	Nombre de chiffres utilisés :	Nombre de chiffres utilisés depuis le premier qui est « 0 » :
De 0 à 9	10	10
De 10 à 99	$90 \times 2 = 180$	190
De 100 à 199	$100 \times 3 = 300$	490
De 200 à 299	$100 \times 3 = 300$	790
De 300 à 399	$100 \times 3 = 300$	1 090
De 400 à 499	$100 \times 3 = 300$	1 390
De 500 à 599	$100 \times 3 = 300$	1 690
De 600 à 699	$100 \times 3 = 300$	1 990
De 700 à 799	$100 \times 3 = 300$	2 290

Le 2 017^e chiffre utilisé est entre le 1 990^e et le 2 290^e.

Le 7 de 700 est le 1991^e, alors comptons pour terminer !

7	0	0	7	0	1	7	0	2	7	0	3	7	0	4	7	0	5	7	0	6	7	0	7	7	0	8
1 991 ^e									2 000 ^e										2 010 ^e							2 017 ^e

Le deux-mille-dix-septième chiffre de cette longue liste est donc un **8**.

Énigme 6 : Soyons devin

Le message codé : **067612 E9 V619, 83503542 E9 V19.**

Voici une démarche possible

Toutes les lettres manquantes se trouvant dans : JUÏN, JAMAÏS NON SOURÏANT, on en déduit que les chiffres de 0 à 9 cachent :

4 N ; 3 A ; 3 Ì ; 2 J ; 2 S ; 2 O ; 2 U ; 1 M ; 1 T ; 1 R.

Avec les 4 N on trouve que le codage de N est le chiffre 9 car il est le seul à apparaître 4 fois.

D'où 067612 EN V61N, 83503542 EN V1N.

La lettre S est souvent en fin de mot, on peut donc penser que le chiffre 2 code la lettre S.

D'où 06761S EN V61N, 8350354S EN V1N.

Les chiffres 1 et 6 apparaissant chacun 3 fois, ils codent donc A et Ì et conduisent entre autres

soit à VIAN et VAN soit à VAIN et VIN, on en déduit donc que 6 code la lettre A et 1 code la lettre Ì.

D'où 0A7AÏS EN VAÏN, 8350354S EN VÏN.

Les chiffres 0, 3 et 5 apparaissent deux fois et doivent donc coder les lettres J ; O ; U. Comme 35 se suivent les deux fois cela doit être OU donc 3 code le O et 5 code le U. Et par conséquent 0 code le J.

D'où JA7AÏS EN VAÏN, 8OUJOU4S EN VÏN.

Et on en déduit que 7 code le M, 8 code le T et 4 code le R.

La devise de la Confrérie des chevaliers du Tastevin est donc :

JAMAÏS EN VAÏN, TOUJOURS EN VÏN.

Recherche 7 : Presque vingt sur bon vin

Du bouchon standard au bouchon de la plus grande bouteille en verre au monde, on passe d'un diamètre de 24 mm à un diamètre de 180 mm. On a donc réalisé un agrandissement de coefficient : $180 : 24 = 7,5$.

Le volume d'un bouchon classique est d'environ : $\pi \times 1,2^2 \times 4,5 = 20,357\ 520... \text{ cm}^3$

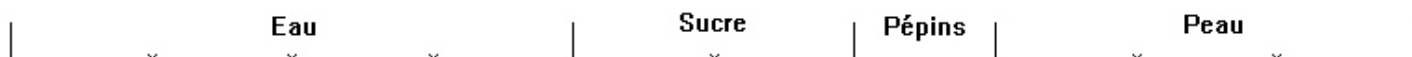
Le volume du bouchon géant est d'environ : $\pi \times 1,2^2 \times 4,5 \times 7,5^3 = 8\ 588,328\ 91... \text{ cm}^3$

Propriété* : Si les longueurs sont multipliés par k , les aires le sont par k^2 , et les volumes par k^3 .

* Connue sous le nom du théorème du k , k^2 , k^3 .

Recherche 8 : Du sucre en grains

En représentant graphiquement la répartition des composants du raisin, il est manifeste que le sucre occupe les 2/10 du poids total. Dans 100 g de raisin, il y a donc : $100 \text{ g} \times 2/10 = 20 \text{ g}$ de sucre.



Recherche 9 : Dur, dur d'obtenir 20 ! → Voir autre solution en page 4

Il y a 9 tirages possibles pour le premier jeton retourné. Il n'en reste plus que 8 pour le deuxième et 7 pour le troisième. Il y a donc : $9 \times 8 \times 7 = 504$ combinaisons possibles si on tient compte de l'ordre des tirages.

Établissons la liste de ceux dont la somme fait 20 :

L'un des jetons affiche	Il manque	Possibilités pour les 2 autres	Nombre de combinaisons
1	19	aucune	0
2	18	9 et 9 impossible car il n'y a qu'un 9	0
3	17	9 et 8	6*
4	16	9 et 7 (8 et 8 impossible)	6
5	15	9 et 6 ou 8 et 7	6 + 6
6	14	9 et 5 déjà compté (8 et 6 impossible)	0
7	13	9 et 4 ou 8 et 5 sont déjà comptés	0
8	12	9 et 3 ou 8 et 4 ou 7 et 5 déjà comptés	0
9	11	8 et 3 ou 7 et 4 ou 6 et 5 déjà comptés	0

* Avec ces 3 chiffres, il y a : $3 \times 2 \times 1 = 6$ tirages possibles que l'on ne comptabilisera pas à nouveau dans les lignes de 8 et de 9.

Le nombre de combinaisons conduisant à 20 est : **24**.

On a donc 24 chances sur 504 d'obtenir 20, donc **1 chance sur 21**.

Recherche 10 : Quatre vingts en moins [UNIQUEMENT pour les 3^e]

Le solide obtenu possède 4 faces qui sont des **triangles équilatéraux** et 4 faces qui sont des **hexagones réguliers**.

Il possède **8 faces**, **18 arêtes** et **12 sommets**.

Chaque petit tétraèdre coupé a des longueurs d'arêtes qui sont 3 fois plus petites que celles du grand, donc son volume est $3^3 = 27$ fois plus petit, soit $540 \text{ cm}^3 : 27 = 20 \text{ cm}^3$. Il y a 4 petits tétraèdres à enlever, d'où le volume du solide restant : $540 \text{ cm}^3 - 4 \times 20 \text{ cm}^3 = 460 \text{ cm}^3$.

Recherche 11 : Vains détours pour aller jusqu'à vingt [UNIQUEMENT pour les 3^e]

Distance parcourue : $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 19 + 20 = 210$ à la calculatrice.

Plus astucieusement, si on calcule le double de cette somme :

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 19 + 20 \\ + 20 + 19 + 18 + 17 + \dots + 2 + 1$$

$$21 + 21 + 21 + 21 + \dots + 21 + 21 = 20 \times 21 = 420$$

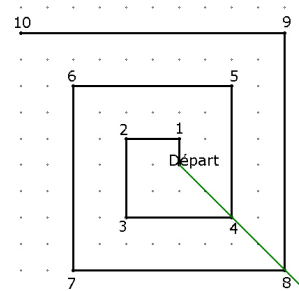
donc **210** pour la somme cherchée.

Distance à vol d'oiseau :

Du départ, de 4 déplacements en 4 déplacements on se retrouve sur la même diagonale sud-est. Tous les 4 déplacements (un tour), on s'éloigne de 2 diagonales de carré du point de départ, soit $2\sqrt{2}$ (Pythagore).

Comme $20 = 5 \times 4$, en 20 déplacements, on est donc à :

$$5 \times 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \approx 14,14$$



Recherche 5 : Deux-mille-dix-septième, mais pas le dernier !

On a 10 nombres à 1 chiffre de 0 à 9, et 90 nombres à 2 chiffres de 10 à 99, ce qui donne 190 chiffres. Il en reste donc : $2017 - 190 = 1827$.

Pour atteindre 2017 chiffres à l'aide de nombres à 3 chiffres, il ne sera pas nécessaire d'écrire tous les nombres à 3 chiffres puisque : $3 \times 900 > 1827$.

Comme $1827 : 3 = 609$ (quotient entier), on s'arrêtera au 609^e groupe de trois chiffres, c'est-à-dire à 608 car le premier groupe de trois chiffres est 100 et non 101.

Donc le 2017^e chiffre est un **8**.

Recherche 9 : Dur, dur d'obtenir 20 ! Autre interprétation possible

L'énoncé, tel qu'il est proposé, indique un tirage global de 3 jetons retournés, on pouvait donc penser que l'ordre des numéros n'a pas d'importance.

Dans ce cas, il n'y a que 84 tirages possibles (sans ordre). L'explication n'est pas immédiate au niveau du Collège.

Il faut d'abord justifier les 504 possibilités (dans l'ordre), puis indiquer que chacune se retrouve dans : $3 \times 2 \times 1 = 6$ possibilités d'ordres différents pour 3 numéros.

D'où les $504 : 6 =$ **84 tirages sans ordre***.

On peut alors expliquer que les seuls tirages dont la somme est 20 sont au nombre de **4** :

$$9+8+3 = 9+7+4 = 9+6+5 = 8+7+5.$$

Soit **4 chances sur 84**, autrement dit **1 chance sur 21**. Même résultat que dans la correction proposée plus haut, ce qui est logique puisque les bons tirages sans ordre sont aussi 6 fois moins nombreux.

* Les terminales penseront au nombre de combinaisons de 3 jetons parmi 9 que l'on note : C_9^3 .

Que l'on calcule par : $9!/[3! \times (9-3)!] =$ **84**.

Mais au collège, on ne sait pas encore cela !