

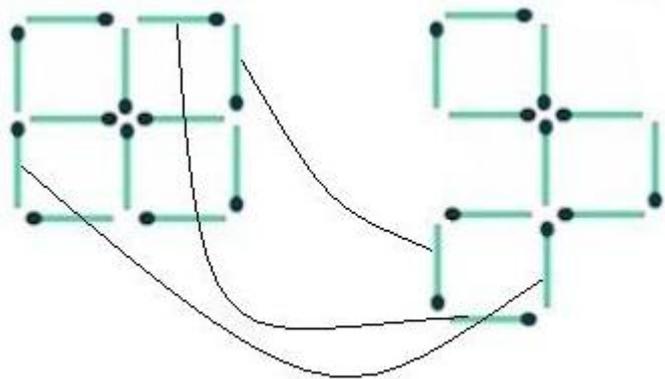
Rallye Mathématiques 2006

IREM-APMEP-Rectorat de Lyon

23 Mars 2006

1 Niveau 1

1.1 Les allumettes



1.2 Chiffres cachés

$$963408 \times 7 = 6743856$$

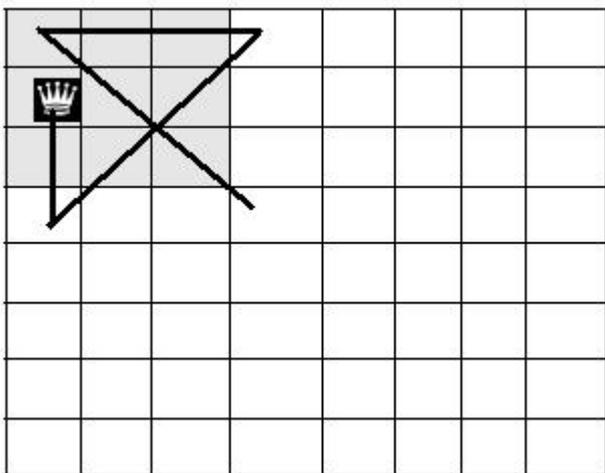
1.3 Le compte est bon

$$100 + 75 + 75 + 9 \times 3 + 8 = 285$$

1.4 Le cube

C'est le cœur du cube qui sera composé de cubes n'ayant aucune face rouge, c'est à dire les 8 cubes centraux.

1.5 Echec



1.6 Grand-mère

On peut écrire :

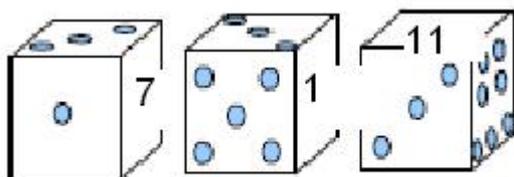
$$\overline{ab} + 45 = \overline{ba}$$

$$10a + b + 45 = 10b + a$$

$$b - a = 5$$

a et b étant des chiffres et leur somme divisible par 9, la seule solution est $a = 2$ et $b = 7$. La grand-mère a donc 72 ans et son fils 27.

1.7 Le dé de Dédé



1.8 Léo et Léa

Il y a dans la famille quatre garçons et trois filles, en effet, si g représente le nombre de garçons et f le nombre de filles :

Léo qui est un garçon a $g - 1$ frères et f sœurs : donc $g - 1 = f$

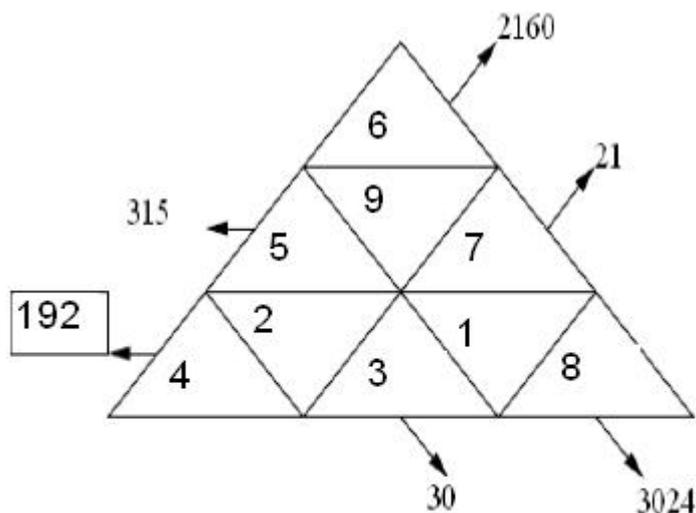
Léa qui est une fille a g frères et $f - 1$ sœurs : donc $g = 2(f - 1)$

En résolvant le système, il vient : $g = 4$ et $f = 3$.

1.9 Le livre

Au total le libraire a dépensé 160 euros et gagné 180 euros : son bénéfice est donc de 20 euros.

2.6 Triangle magique



3 Niveau 3

3.1 A la suite

Entre 1 et 9 il y a 9 chiffres.

Entre 10 et 99 il y a 90 nombres de deux chiffres, soit 180 chiffres.

Il reste donc $2006 - 189 = 1817$ chiffres à écrire à partir de 100. Chaque nombre utilise 3 chiffres et $1817 = 3 * 605 + 2$; En écrivant 606 nombres de 3 chiffres, le 2006ème chiffre sera le deuxième chiffre du 606ème nombre à trois chiffres, soit 705. Le 2006ème chiffre est donc 0!

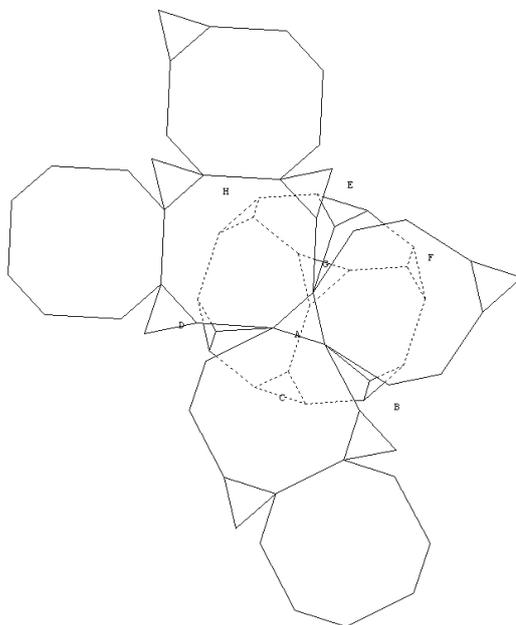
```

1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 0 1 1 1 2 1 3 1 4 1 5 1 6 1 7 1 8 1 9 2 0 2 1 2 2 2 3 2 4 2 5 2 6 2 7 2 8 2
9 3 0 3 1 3 2 3 3 3 4 3 5 3 6 3 7 3 8 3 9 4 0 4 1 4 2 4 3 4 4 4 5 4 6 4 7 4 8 4 9 5 0 5 1 5 2 5 3 5
4 5 5 5 6 5 7 5 8 5 9 6 0 6 1 6 2 6 3 6 4 6 5 6 6 6 7 6 8 6 9 7 0 7 1 7 2 7 3 7 4 7 5 7 6 7 7 7 8 7
9 8 0 8 1 8 2 8 3 8 4 8 5 8 6 8 7 8 8 8 9 9 0 9 1 9 2 9 3 9 4 9 5 9 6 9 7 9 8 9 9 1 0 0 1 0 1 1 0 2
1 0 3 1 0 4 1 0 5 1 0 6 1 0 7 1 0 8 1 0 9 1 1 0 1 1 1 1 1 2 1 1 3 1 1 4 1 1 5 1 1 6 1 1 7 1 1 8 1 1
9 1 2 0 1 2 1 1 2 2 1 2 3 1 2 4 1 2 5 1 2 6 1 2 7 1 2 8 1 2 9 1 3 0 1 3 1 1 3 2 1 3 3 1 3 4 1 3 5 1
3 6 1 3 7 1 3 8 1 3 9 1 4 0 1 4 1 1 4 2 1 4 3 1 4 4 1 4 5 1 4 6 1 4 7 1 4 8 1 4 9 1 5 0 1 5 1 1 5 2
1 5 3 1 5 4 1 5 5 1 5 6 1 5 7 1 5 8 1 5 9 1 6 0 1 6 1 1 6 2 1 6 3 1 6 4 1 6 5 1 6 6 1 6 7 1 6 8 1 6
9 1 7 0 1 7 1 1 7 2 1 7 3 1 7 4 1 7 5 1 7 6 1 7 7 1 7 8 1 7 9 1 8 0 1 8 1 1 8 2 1 8 3 1 8 4 1 8 5 1
8 6 1 8 7 1 8 8 1 8 9 1 9 0 1 9 1 1 9 2 1 9 3 1 9 4 1 9 5 1 9 6 1 9 7 1 9 8 1 9 9 2 0 0 2 0 1 2 0 2
2 0 3 2 0 4 2 0 5 2 0 6 2 0 7 2 0 8 2 0 9 2 1 0 2 1 1 2 1 2 2 1 3 2 1 4 2 1 5 2 1 6 2 1 7 2 1 8 2 1
9 2 2 0 2 2 1 2 2 2 2 3 2 2 4 2 2 5 2 2 6 2 2 7 2 2 8 2 2 9 2 3 0 2 3 1 2 3 2 2 3 3 2 3 4 2 3 5 2
3 6 2 3 7 2 3 8 2 3 9 2 4 0 2 4 1 2 4 2 2 4 3 2 4 4 2 4 5 2 4 6 2 4 7 2 4 8 2 4 9 2 5 0 2 5 1 2 5 2

```

25325425525625725825926026126226326426526626726826
92702712722732742752762772782792802812822832842852
86287288289290291292293294295296297298299300301302
30330430530630730830931031131231331431531631731831
93203213223233243253263273283293303313323333343353
36337338339340341342343344345346347348349350351352
35335435535635735835936036136236336436536636736836
93703713723733743753763773783793803813823833843853
86387388389390391392393394395396397398399400401402
40340440540640740840941041141241341441541641741841
94204214224234244254264274284294304314324334344354
36437438439440441442443444445446447448449450451452
45345445545645745845946046146246346446546646746846
94704714724734744754764774784794804814824834844854
86487488489490491492493494495496497498499500501502
50350450550650750850951051151251351451551651751851
95205215225235245255265275285295305315325335345355
36537538539540541542543544545546547548549550551552
55355455555655755855956056156256356456556656756856
95705715725735745755765775785795805815825835845855
86587588589590591592593594595596597598599600601602
60360460560660760860961061161261361461561661761861
96206216226236246256266276286296306316326336346356
36637638639640641642643644645646647648649650651652
65365465565665765865966066166266366466566666766866
96706716726736746756766776786796806816826836846856
86687688689690691692693694695696697698699700701702
7037047 0 5

3.2 Le cube tronqué



3.3 The postman...

Le produit des ages étant 36, il vient plusieurs possibilités :

$$\begin{aligned} 36 &= 1 \times 1 \times 36 & S &= 38 \\ 36 &= 1 \times 2 \times 18 & S &= 21 \\ 36 &= 1 \times 3 \times 12 & S &= 16 \\ 36 &= 1 \times 4 \times 9 & S &= 14 \\ 36 &= 1 \times 6 \times 6 & S &= 13 \\ 36 &= 2 \times 2 \times 9 & S &= 13 \\ 36 &= 2 \times 3 \times 6 & S &= 11 \\ 36 &= 3 \times 3 \times 4 & S &= 10 \end{aligned}$$

Deux sommes et deux seulement sont identiques, le facteur qui voit le numéro d'en face ne pouvant pas tout de suite répondre, c'est parmi ces deux solutions qu'il faut chercher l'age des enfants. Comme le personnage parle d'une ainée, la solution est donc 2, 2 et 9.

3.4 Le réveil

A 19h00, le réveil et la pendule sont à l'heure.

Le réveil avance de 58min par heure. Douze heures après 19h00, il sera 7h00 et le réveil indique 6h36. 50 minutes plus tard, Thomas est au lycée : il est 7h50. Mais pendant les 12 heures et 50 minutes écoulées depuis 19h00, la pendule a pris de l'avance et indique 8h02min50s...

3.5 La grille

Dans la première grille, avancer vers la droite c'est ajouter 3, descendre c'est ajouter 7. On utilise la même règle avec a et b . Les trois nombres placés donnent les deux équations :

$$5 - 2a + 3b = 10$$

$$5 + 2a + 2b = 15$$

On obtient : $b = 3$ et $a = 2$ et le nombre cherché vaut 19.