

# Rallye mathématique de l'académie de Lyon (sujets 2007)

Plusieurs sujets sont extraits ou librement inspirés de :

\* : Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques

\*\* : Rallye mathématique du Centre

\*\*\* : Olimpiada matemática THALES

## Problèmes de niveau 1

### *Demi douzaine* \*\*

Un nombre entier de 6 chiffres commence à gauche par le chiffre 1. Si on efface ce chiffre 1 pour le placer en dernière position à droite, on obtient un nouveau nombre de 6 chiffres qui est le triple du premier.

Quel est le nombre de départ ?



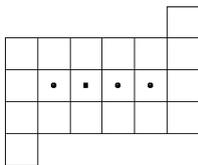
### *Fête foraine*

Je me trouve la tête en bas sur la grande roue. Dans un miroir, je vois la plaque minéralogique d'une voiture :

Quel est le véritable numéro de cette voiture ?

15HX28

### *Les poiriers du père Manganate* \*



Le père Manganate, qui a 4 enfants, souhaite partager un de ses terrains, planté de 4 poiriers, en 4 parcelles de même aire et de même forme, de telle façon que chacune d'elles contienne exactement un poirier.

Pouvez vous l'aider, en traçant sur le plan de son terrain les limites des 4 parcelles ?



### *Problème d'horloge* \*



Mon horloge ne sonne que les heures. Ce matin, les coups sonnés par mon horloge viennent de me réveiller.

Je remarque qu'une ligne droite passant par le 4 et le 10 partage l'angle que font les aiguilles entre elles en 2 angles égaux.

Je décide de rester au lit jusqu'à midi.

Combien d'heures vais-je ainsi pouvoir lire au lit ?



### *Les piquets du jardinier*

Un jardinier désire planter des piquets dans son jardin.

Avec ses 10 piquets, il désire faire 5 alignements de 4 piquets.

Comment s'y prend-il ?

### *Le resquilleur* \*\*

Quatre amis visitent un musée avec seulement 3 billets d'entrée. Ils rencontrent un gardien qui veut savoir quel est celui qui n'a pas payé son entrée.

- "Ce n'est pas moi" dit Paul

- "C'est Jean" dit Jacques

- "C'est Pierre" dit Jean

- "Jacques est un menteur" dit Pierre

Sachant qu'un seul d'entre eux ment, quel est le resquilleur ?



### **Opération codée \***

Dans l'égalité suivante :

$$\text{LITRE} = \text{DM}^3$$

Chaque lettre représente un chiffre de 0 à 9. Deux lettres différentes représentent deux chiffres différents.

Retrouver l'égalité numérique.

### **À bicyclette \*\***

La roue avant d'une bicyclette a 60 cm de diamètre alors que sa roue arrière a 70 cm de diamètre .

Quelle est la distance parcourue par cette bicyclette sachant que la roue avant a fait 70 tours de plus que la roue arrière ?

### **Cubes \*\***

Un enfant possède un jeu de cubes qu'il essaie de disposer en un carré plein sur une seule couche.

À son premier essai il lui en manque 7 et à son deuxième essai il lui en reste 10.

Combien l'enfant a-t-il de cubes ?

### **Le camion de sable \***

La masse d'un tas de sable est de 5 tonnes .

Un camion transporte ce sable en trois fois .

Au premier voyage, le camion chargé pèse 3950 kg .

Au deuxième voyage, le camion chargé pèse 3750 kg .

Au troisième voyage, le camion chargé pèse 3150 kg .

Quelle est la masse en kg du camion vide ?

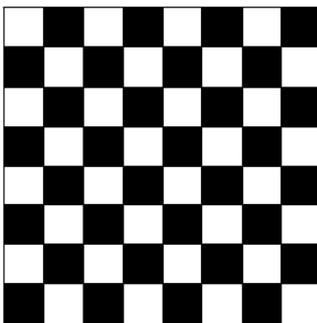
### **Âges**

Gaston : « En 2006, j'avais exactement l'âge des deux derniers chiffres de mon année de naissance et mon fils Julien aussi. »

Norbert : « Et, alors, rien d'extraordinaire ; moi c'était en 1982 et mon grand père Jules aussi. »

Quelles sont les années de naissance des quatre personnages ?

### **Echec et cercle \*\***



Sur un échiquier (8×8 cases noires et blanches, comme sur le dessin joint), tracer un cercle, le plus grand possible, ne traversant aucune case noire.

### ***The letter F.***

Cut out the white shapes. Once you have the shapes, try and assemble them into a letter F as shown.

### ***Der Brief F.***

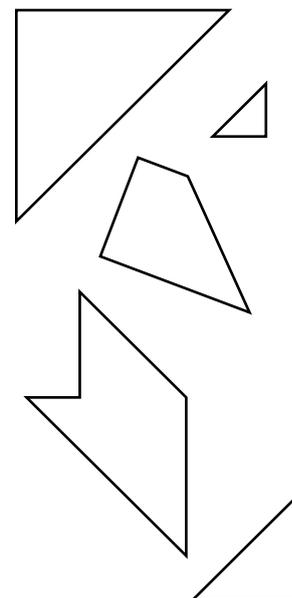
Schneiden Sie die vorgeschlagenen Formen aus, versuchen Sie dann sie zusammenzubauen, um den Buchstaben F zu bilden, der auf dem Modell dargestellt ist.

### ***La letra F.***

Tienes que cortar las formas blancas y luego arreglarlas en forma de letra F como propuesto.

### ***La lettera F.***

Tagliate le forme bianche proposte, poi cercate di riunire questi diversi pezzi per formare la lettera "F" come da modello.



## **Problèmes de niveau 2**

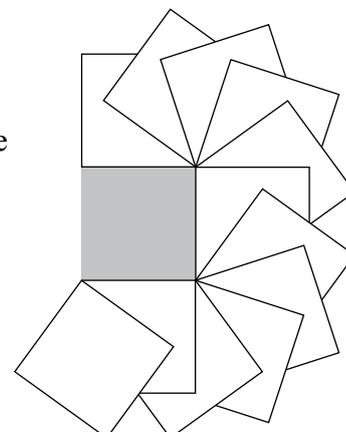
### ***Des carrés qui tournent...***

Le carré gris est fixe et mesure 4 cm de côté. Le carré blanc a les mêmes dimensions et «tourne» autour du carré gris (cf. schéma) jusqu'à revenir à sa position de départ.

Sur la feuille réponse sont dessinés le carré gris et la position de départ du carré blanc.

Dessiner la trajectoire du point I centre du carré blanc.

Calculer la longueur de cette trajectoire.





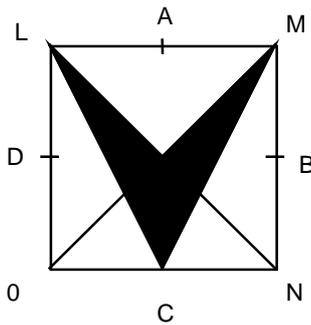
### **Paul et Virginie \*\***

Une distance de 1,5 km sépare Paul et Virginie qui marchent l'un vers l'autre à la vitesse de 3 km/h. Leur chien, Médor, qui aime autant son maître que sa maîtresse, court de l'un à l'autre à la vitesse de 9 km/h.

Quelle distance Médor aura-t-il parcourue quand Paul et Virginie se rencontreront ?

### **Der Pfeil im Quadrat.**

Das Quadrat LMNO hat eine Seitenlänge von 20 m. A,B,C und D sind die Mittelpunkte der Seiten. Bestimmen Sie den Inhalt der schwarzen Fläche, die von den Strecken LC und MC und den Diagonalen LN und MO begrenzt wird.



### **An arrow in a square**

The square LMNO has a side of 20 m. A, B, C and D are the mid-points of the sides of this square. You have to find the black area whose sides are the segment lines LC and MC and part of the 2 diagonals LN and MO.

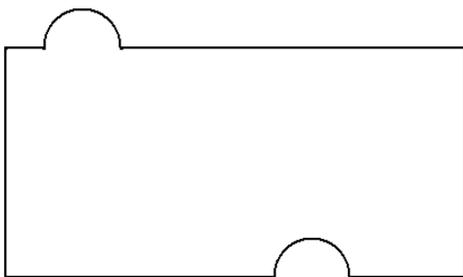
### **Una flecha en un cuadrado \*\*\***

El lado del cuadrado LMNO tiene una longitud de 20 m. A, B, C y D son los puntos medios de cada uno de los lados. Hallar la superficie de la figura negra que se ha obtenido al trazar los segmentos LC y MC y las diagonales LN y MO.

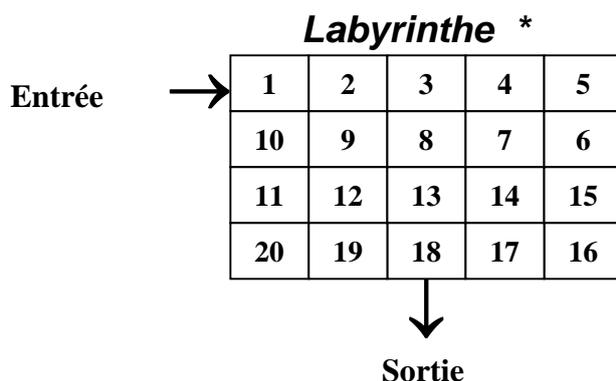
### **Una freccia in un quadrato.**

Il lato del quadrato LMNO misura 20 m. A, B, C e D sono i punti medi di ciascuno dei lati di questo quadrato. Trovare l'area della superficie nera ottenuta tracciando i segmenti LC e MC e le diagonali LN e MO del quadrato.

### **Double puzzle \***



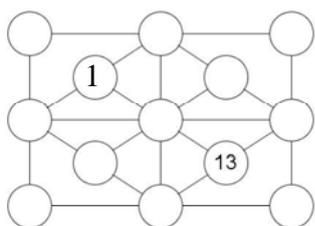
Découper ce morceau de puzzle en deux morceaux superposables éventuellement après retournement.



Dans ce labyrinthe, on additionne les points de toutes les cases que l'on traverse. On peut passer d'une case à une autre si elles ont un côté commun, mais on ne doit pas passer deux fois par la même case.

Dessiner un parcours qui permette d'obtenir exactement 135 points.

**Somme constante \***



Dans les cercles vides de la figure ci-contre, placer les entiers de 2 à 12 de manière à ce que la somme des nombres appartenant à chacun des 12 alignements de 3 nombres soit toujours la même.

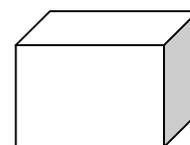


**Menuisier \*\***

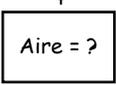
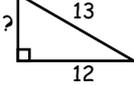
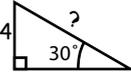
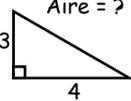
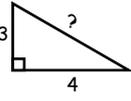
Une pièce de bois est constituée d'un parallélépipède rectangle dont les arêtes mesurent 40 cm, 30 cm et 20 cm.

On l'évide en creusant au centre de chaque face et jusqu'à la face opposée, un canal de section carrée de 10 cm de côté.

Calculer l'aire totale (parois intérieures comprises) du solide obtenu.



# Sudoku

		$\sqrt{81}$	un multiple de 5 se termine par 0 ou par ?	le nombre de faces d'un tétraèdre	$10^{7-7}$			
			$\frac{1}{\cos(60^\circ)}$			nombre de côtés d'un hexagone		$\sqrt{\frac{2007}{223}}$
le seul nombre premier pair			Volume en litres d'un cube d'arête 20 cm		Volume d'un cône = Aire de base x Hauteur ÷ ?	la troisième décimale de $\pi$		$\frac{2007}{223}$
				$7 - 3 \times 2$		périmètre d'un carré de côté 1	$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{?}$	
	$2 \times 4 - 1$			somme des chiffres de 2007			$7\pi \approx 11 \times ?$	
Solution de $9 - 2x = 1$	$2^3$	Chiffre des unités de $11^{2007}$					10 080 minutes = ? jours	
	$3^2$	$(a+b)^2 = a^2 + ?ab + b^2$						
	$\sqrt{?} \approx 1,732$	900 secondes = 1/? heure			une solution de $x^2 = 4$	nombre de sommets d'un cube	reste de la division de 2007 par 17	
le nombre de faces d'un cube				périmètre d'un triangle équilatéral de côté 1	$2^5 - 5^2$	Aire d'un triangle = Base x Hauteur ÷ ?		

**Règles du sudoku :** compléter la grille pour que dans chaque colonne, dans chaque ligne et dans chaque carré 3×3 (délimité par un trait épais) les neuf chiffres 1, 2, ..., 9 apparaissent une fois et une seule. Ici, vous devrez tout d'abord résoudre des énigmes pour trouver les premiers chiffres de la grille.

## Problèmes de niveau 3



### *Quel cirque !*

Une troupe de cirque est composée de 7 personnes. Dans cette troupe, chacun a exactement deux spécialités, mais il n'y a pas deux personnes ayant les mêmes deux spécialités. Au total, il y a 3 jongleurs, 3 acrobates, 4 clowns, deux funambules, une charmeuse de serpents et un dompteur.

Leur spectacle se compose de cinq numéros : une parade, les fauves, les serpents, un numéro avec un funambule et des acrobates et un numéro avec un funambule jongleur et des clowns.

Chacun des membres de la troupe donne quelques informations. Tous disent la vérité.

Marie : « Le dompteur a peur des animaux ; il fait son numéro avec trois clowns déguisés en fauves. Moi, pendant ce temps, je me repose. D'ailleurs, je ne suis pas clown. »

Douglas : « Je ne suis pas jongleur, dans mon numéro de funambule, et je suis accompagné de trois acrobates, nous alors deux hommes et deux femmes en piste. »

Tom : « Je suis l'un des deux clowns qui accompagnent le funambule qui jongle. Nous ne sommes que trois sur la piste pour ce numéro. Avec Hypatie, nous sommes les seuls à participer à exactement trois numéros.»

Martin : « Tout le monde participe à la grande parade finale. À part pour cette parade, les quatre clowns ne sont jamais tous ensemble sur la piste. Je ne participe qu'à deux numéros, et tous les deux en compagnie d'Hypatie»

Sophie : « Tom et Sam sont jumeaux et n'ont aucune spécialité en commun. Par contre, ils ont tous les deux peur du vide et ne sont donc pas funambules. »

Hypatie : « Quand je charme les serpents, je suis accompagnée par tous les membres de la troupe dont le nom contient la lettre S et par eux seuls. Pendant le numéro qui suit le mien, je dois m'occuper de mes serpents, je ne suis donc pas sur la piste. »

Sam : « Marie est surnommée Eurêka. C'est elle qui a trouvé comment organiser nos numéros pour que personne ne fasse plus de deux numéros à la suite. Il n'y a qu'un seul numéro auquel je ne participe pas »

Quelle est l'autre spécialité du dompteur ?

Quelle est l'autre spécialité d'Hypatie ?

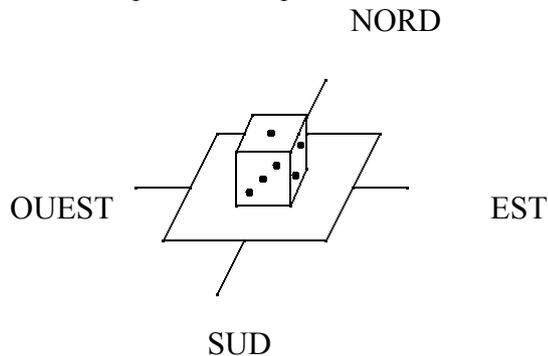
Comment s'appellent les trois acrobates ? Combien de fois sont-ils ensemble en piste, et à quel moment ?

Qui est le dompteur ?

Quel est le deuxième numéro du spectacle, et qui y participe ?

## **Le dé qui roule \***

Un dé est posé sur un tapis orienté comme sur le schéma ci dessous.



On le fait ensuite pivoter d'un quart de tour vers le nord (autour d'un axe ouest - est), puis de 2 quart de tours vers l'ouest, de 3 quarts de tour vers le sud, de 4 quarts de tour vers l'est, et on recommence, on le fait pivoter de 1 quart de tour vers le nord, de 2 quarts de tours vers l'ouest etc.

La position de départ est celle de la figure. La somme des nombres de points portés par deux faces opposées est toujours égale à 7.

Quelle sera la position du dé après le 2007<sup>ème</sup> quart de tour ? Ecrire sur chacune des 3 faces du dé représenté sur la fiche réponse, la valeur qui convient

## **Pas de « un » \***

L'auteur du poème « Mocassin et Mimolette » a numéroté les vers de ce poème dans l'ordre, mais en s'interdisant d'utiliser les nombres dont l'écriture décimale utilise un ou plusieurs chiffres 1. Le premier vers est ainsi numéroté 2, le deuxième 3, ..., de 9 on passe à 20, ..., de 99 à 200 et ainsi de suite.

Le numéro du dernier vers est 2007.

Combien ce poème contient-il de vers ?

## **Plick et Plock**

Plick et Plock sont deux lutins qui ont inventé un nouveau jeu. Chacun choisit en secret deux nombres  $a$  et  $b$  strictement positifs et écrit sur un papier les nombres  $a - b$ ,  $a + b$ ,  $ab$  et  $a/b$  dans l'ordre qu'il veut puis ils échangent leurs papiers ; chacun doit alors retrouver les nombres  $a$  et  $b$  choisis par l'autre.

Au premier tour, Plick donne à Plock un papier sur lequel sont écrits les nombres 1 ; 6 ; 0 ; 9. Plock a écrit sur le papier qu'il donne à Plick les nombres 7 ; 12 ; 0,75 ; -1.

Chacun trouve rapidement les deux nombres  $a$  et  $b$  choisis par l'autre. Ils décident de recommencer avec des nombres plus compliqués.

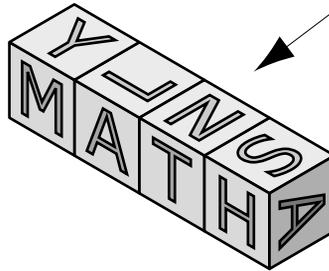
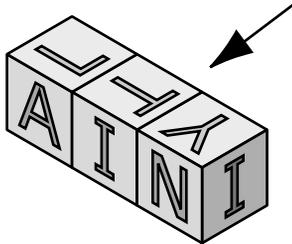
Plick propose alors 20 ; 12 ; 5 ; 8, et Plock 4 ; 1 ; 1,5 ; 2,5.

Mais là, ils n'arrivent ni l'un ni l'autre à retrouver les deux nombres choisis par l'autre.

Serez-vous aussi malins que Plick et Plock, ou même plus malins en retrouvant tous les nombres  $a$  et  $b$  de départ ?

### **Jeu de cubes**

Je dispose d'un jeu de sept cubes de deux modèles différents : trois sont identiques entre eux et les quatre autres sont également identiques entre eux.  
Avec ces sept cubes, je peux former les mots AIN et MATH :



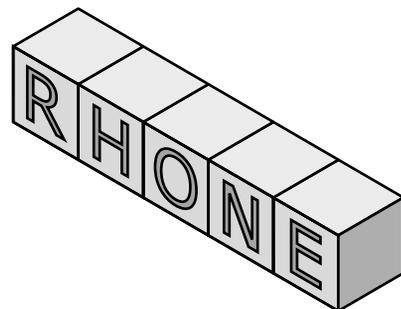
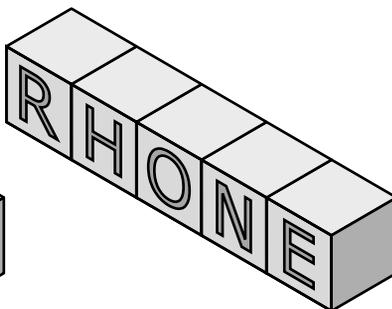
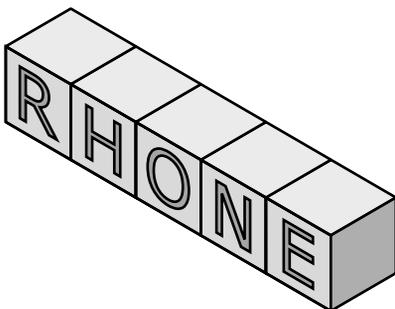
Si j'en choisis cinq, je peux former à la fois MATHS et LOIRE :

Dessiner ce que vous pourriez voir en regardant derrière les cubes formant les mots AIN et MATH (flèches) ?



En choisissant cinq cubes pour écrire le mot RHONE, comme ci-dessous, que peut-on voir sur les autres faces ?

Il y a plusieurs solutions. En dessiner trois.



VOCABULAIRE : \* = losange

### ***In der Wüste verloren sein \****

In dieser brennenden Wüste hat ein legendärer Abenteurer, der erschöpft und am Ende der Verpflegung war, einen Schatz eingegraben. Man kennt nur die folgende magere Auskunft : wenn A den toten Baum und R den Felsen bezeichnet, dass ist der Punkt T, wo der Schatz vergraben ist, solch einer, dass A, R und T drei Spitzen einer Raute\* sind, deren 4. Spitze P auf der Piste liegt.

Wenn Sie graben müssten, um den Schatz zu suchen, wo würden Sie graben? Mit einem Kreuz ( X ) jeden möglichen Ort des Punktes « T » bezeichnen. (Vergesse es nicht auf dem Antwortblatt zu angeben)

### ***Lost in the desert***

In this burning hot desert an exhausted legendary adventurer has buried a treasure.

If you were asked to find the treasure, where would you dig ? On the given sketch below, draw a cross ( X ) for every right place for T (and don't forget to do it again on the given sheet for the answers).

We only know that A points to the place of the dead tree, point R to the place of the rock, point T to the place where the treasure is buried and those 3 points are the vertices of a rhombus\*, the fourth vertex P belonging to the track.

### ***Perdido en el desierto.***

En este desierto tan quemente, un legendario aventurero, agotado y sin nada más que comer, escondió un tesoro en la tierra. No se sabe más que esto : el punto A marca el árbol muerto, R la roca, T el lugar donde el tesoro estuvo escondido y los tres puntos A, R y T son los tres vértices de un rombo\*, el cuarto vértice P pertenece a la pista.

¿ Si tuvieras que encontrar el tesoro, donde tendrías que hacer un hueco ?

En el dibujo de abajo, señalar con una cruz ( X ) cada punto T posible (y no olvida hacerlo de nuevo en la hoja dada para las respuestas).

### ***Perso nel deserto.***

Nel deserto di fuoco un avventuriero leggendario, stremato e a corto di viveri, ha sepolto un tesoro.

Conosciamo solo poche indicazioni : se A corrisponde all' albero morto e R alla roccia, il punto T, dove è nascosto il tesoro, si trova considerando che A, R, T, sono i tre vertici di un rombo\* e che il quarto vertice di questo rombo è situato sulla pista.

Se doveste scavare per trovare il tesoro, dove scavereste? Nel disegno fare una croce ( X ) sugli possibili scavi T. (attenzione: non dimenticare di ricopiarlo anche sul foglio delle risposte)

